وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

- المدرسة العليا للأساتذة -

-القبة القديمة (الجزائر)

قسم الريَاضيَات

Ministere de l’Enseignement Supérieur

et de la Recherche Scientifique

Ecole Normale Supérieure

-Vieux Kouba - (Alger)

Departement de Mathmathiques

مذكرة تخرج لنيل شهَادة أستَاذ التعليم الثَانوي

اَلحسَاب الفعلي لقيم التَابع زيتَا لريمَان

من إعدَاد:

- بوفروعة مونية
- جوَايبية زينب

تحت إشرَاف الأستَاذة:

- غيَاطو سهَام

تناقش يوم 2015/06/13 من طرف لجنة المنَاقشة:

خضرَاوي عثمَان ...... أستَاذ بَالمدرسة العليَا لِلأسَاتذة .... رئِيسا

غيَاطو سهَام .... أستَاذة بَالمدرسة العليَا لِلأسَاتذة .... مشرفا

بوقرة محمد .... أستَاذ بَالمدرسة العليَا لِلأسَاتذة .... منَاقشا

السنة الجَامعية: *2015/2014*

دفعة جوَان: *2015*

المُحْتَوَيَاتُ

الرمــــوز المستعملة

1) $N = \{0, 1......, n...\}$ تمثل مجموعة الأعداد الطبيعية

2) الحرف p يمثل دوما عددا أوليا

3) الرمزين $\prod_{p \leq n}$ و $\sum_{p \leq n}$ يمثلان على الترتيب جداء و مجموع الأعداد الأولية $p \in \{2, n\}$

4) من أجل كل عددين موجبين طبيعيين mوn نستعمل الرموز التالية :

أ) $m($ معناه m يقسم n

ب) $mn($ معناه m لا يقسم n مع (n, m) يمثلان القاسم المشترك

ج) $p^\alpha \parallel n($ يمثل ان p^α يقسم تماما n حيث p^α يقسم n و $p^{\alpha+1}$ لا يقسم n

5) $[x]$ يمثل الجزء الصحيح لـ x حيث $x \leq [x] \leq x - 1 \leq [x]$

6 n عدد طبيعي مع $n \geq 2$ إذن يمكن كتابة n على شكل جداء عوامل أولية

$$n = \prod_{p^\alpha \parallel n} p^\alpha = p_1^{\alpha_1} \times ... \times p_k^{\alpha_k}$$

7) fوg تابعين معرفين على $]x_0, +\inf[$ بحيث $g(x) > 0$ من أجل كل $x > x_0$ لدينا

$$f(x) = O(g(x)) \Leftrightarrow \exists M > 0 : |f(x)|g(x) \leq M*$$

$$f(x) \sim g(x) \Leftrightarrow \lim_{x \to +\infty} f(x)g(x) = 1*$$

مقدّمة

تعد أعداد برنولي من بين المواضيع التي تخص بدراستها نظرية الأعداد و هي عبارة عن مجموعة أعداد اكتشفها العالم السويسري جاكوب برنولي $(1654 - 1705)$. تظهر أعداد برنولي في حساب التابع زيتا لريمان عند بعض القيم , هذه الأهمية التي تلعبها أعداد برنولي هي بالضبط محل دراستنا .

تتضح أعداد برنولي في عبارة الدالة زيتا عند تمديدها تحليليا باستعمال إحدى طرق التمديد التحليلي و التى تعتمد على قانون ماك لوران أو مجاميع ابل .

حولنا أن نقدم في مذكرتنا هذه صورة واضحة عن الدور الذي تلعبه أعداد برنولي في حساب التابع زيتا لريمان