وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
– القبة القديمة – (الجزائر)
قسم الرياضيات

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
École Normale Supérieure
-Vieux Kouba- (Alger)
Département de Mathématiques

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

مدخل إلى
طريقة العناصر المنتهيّة

من إعداد الطالب:
⋆ إسماعيل بكناوي

تحت إشراف الأستاذ:
⋆ رياض نصراوي

تناقش من طرف الأساتذة:

كريم بوودن ..... أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة ..... رئيسا
مراد بوسعدة ..... أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة ..... ممتحنا
رياض نصراوي ..... أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة ..... مشرفا

السنة الجامعية: 2015/2014
دفعة جوان: 2015

المحْتَوَيَاتُ

المقدمـــــة

الفصل الأول
مفاهيم أوّليّة

1.1 **فضاءات أساسيّة** 02

1.1.1 الفضاءات L^p 02
2.1.1 فضاءات سبولاف (sobolev) 02

2.1 **نظريّات مهمّة** 03

1.2.1 نظريّة قرين (green) 03
2.2.1 الصيغة التغايريّة 04
3.2.1 نظريّة لاكس ملغرام (lax miligrame) 05
4.2.1 كثيرات حدود لاغرنج (lagrange) 06

الفصل الثاني
طريقة العناصر المتهيّة

1.2 **العناصر المتهيّة من الدرجة الأولى** 8

1.1.2 تقريب الميدان $[a\ b]$ بـ Ω_h 8
2.1.2 تقريب الفضاء V إلى فضاء منته البعد V_h 8

2.2 **العناصر المتهيّة من الدرجة الثانيّة** 11

1.2.2 تقريب الميدان $[a\ b]$ بـ Ω_h 11
2.2.2 تقريب الفضاء V إلى فضاء منته البعد V_h 11

3.2 **العناصر المتهيّة من الدرجة الثالثة** 14

1.3.2 تقريب الميدان $[a\ b]$ بـ Ω_h 14
2.3.2 تقريب الفضاء V إلى فضاء منته البعد V_h 14

الفصل الثالث
دراسة تطبيقيّة

1.3 **إستعـمال طريقة العناصر المنتهيّة** 20

2.3 **حساب عناصر المصفوفة** 21

3.3 **كتابة البرنامـج باللغة** c 24

الخاتـــــمة

المراجـــــع

مقدّمة

من أهمّ فروع الريّاضيّات قديما وحديثا، فرع المعادلات التفاضليّة الذي يعتبر عصب جل العلوم الحديثة إن لم نقل كلّها، إذ نجد العديد من المسائل في العلوم الفيزيائيّة والهندسيّة، العلوم الإقتصاديّة والإجتماعيّة، علوم الحياة والطب تنمذج وتصاغ ريّاضيّا على شكل معادلات تفاضليّة، عاديّة كانت أو ذات مشتقّات جزئيّة، ولصعوبة أو إستحالة إيجاد الحلول التحليليّة الدّقيقة، وجدت طرق عدديّة تقريبيّة للحل، ولعلّ من أشهرها طريقة العناصر المنتهيّة التي هي محل دراستنا في هذه المذكرة.

لقد عرفت طريقة العناصر المنتهيّة نجاحا كبيرا بسبب كثرة إستعمالها خاصّة من طرف المهندسين والفيزيّائيّين وذلك لسهولتها، حيث لا تعتمد مباشرة على المعادلة التفاضليّة الأصليّة، بل تعتمد بشكل كبير على الصيغة التغايريّة الموافقة لها، ثمّ إنّ الحل المطلوب إيجاده يكتب على شكل مزج خطّي $(\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \varphi_i)$ لكثيرات حدود مناسبة، ينتج عن حل جملة خطيّة بحسابات جبريّة (طرق عدديّة) بسيطة.

تضمّنت هذه المذكّرة ثلاثة فصول:

1- الفصل الأوّل: مفاهيم أوليّة

فيه ذكر لبعض المعارف والنظريّات الأساسيّة التي لابدّ على الطّالب (القارىء) من معرفتها والإلمام بها لإستيعاب مضمون المذكرة.

2- الفصل الثاني: العناصر المنتهيّة

تم الإقتصار على العناصر المنتهيّة من الدّرجة الأولى فقط كون هذه المذكرة ليست إلّا مقدّمة في شرح العناصر المنتهيّة.

3- الفصل الثالث: مثال تطبيقي

إعطاء مثال تطبيقي في مجال الطّب أين تمّ دراسة إنتشار خلايا مسرطنة إثر زرع عضو (أو جسم غريب) في جسم الإنسان.