



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للآسانجة
القبلة - الجزائر
قسم الرياضيات



مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

المنكبات الواسطة

تحت إشراف الأستاذ :
• موساوي توفيق

من إعداد :
• العربي إيمان
• بن حفاف فتيحة
• شعمي سمية

مختاري عبد الحق أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة مناقشاً
فريطس وداد أستاذة بالمدرسة العليا للأساتذة رئيسة
موساوي توفيق أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة مشرفاً

السنة الجامعية : 2015/2014
دفعة جوان : 2015

الفهرس

مقدمة

قائمة الرموز

الفصل الأول: مفاهيم أساسية

1.1 اشتقاق دوال تأخذ قيمها في \mathbb{R}^2 1

الفصل الثاني : المنحنيات الوسيطة

1.2 الأقسام الوسيطة 4

1.1.2 التفسير الحركي 4

2.2 الدراسة المحلية لقوس وسيطي 5

1.2.2 المماس عند نقطة من القوس الوسيطي 5

2.2.2 المماس عند نقطة نظامية 5

3.2.2 المماس عند نقطة مستقرة 5

3.2 الفروع اللانهائية 8

1.3.2 خط التقارب 9

2.3.2 طريقة البحث عن مستقيم مقارب 9

4.2 رسم المنحنيات الوسيطة 11

1.4.2 اقتصار المجال 11

2.4.2 مخطط الدراسة لمنحنى وسيطي 13

5.2 المنحنيات الوسيطة بالإحداثيات القطبية 16

1.5.2 التمثيل القطبي 16

16	2.5.2 السرعة والتسارع.
17	3.5.2 المماس
17	4.5.2 دراسة منحنى ذو معادلة قطبية $r = \rho(\theta)$
17	5.5.2 اقتصار (تقليص) ميدان الوصف الكلي
18	6.5.2 الدراسة المحلية للقطب.
18	7.5.2 دراسة محلية عند نقطة مختلفة عن القطب.
19	8.5.2 دراسة المستقيمات المقاربة.
20	9.5.2 مخطط الدراسة.

الفصل الثالث: الخصائص المترية للمنحنيات الوسيطة

22	1.3 تعريف المنحنى في المستوي
22	1.1.3 التمثيل الكارتيزي
22	2.1.3 التمثيل الوسيطي
23	3.1.3 التمثيل القطبي
24	4.1.3 تمثيل وسيطي آخر
25	2.3 طول القوس الوسيطي
27	1.2.3 حساب طول القوس الوسيطي
28	3.3 فاصلة منحنى على قوس موجه
28	1.3.3 قوس وسيطي موجه
29	2.3.3 فاصلة منحنى
31	4.3 تمثيل وسيطي بالفاصلة المنحنية
32	1.4.3 إنحناء القوس الموجه النظامي.

32 2.4.3 إنحناء، شعاع الإنحناء.
33 3.4.3 صيغ فريني <i>Frénet</i>
35 4.4.3 تفسير حركي.
35 5.4.3 حساب تطيقي.
35 6.4.3 منحنى وسيطي في معلم كارتيزي.
35 7.4.3 فاصلة منحنية ومعلم فريني.
38 8.4.3 منحنى معرف بالإحداثيات القطبية.
39 9.4.3 فاصلة منحنية ومعلم فريني.
39 10.4.3 تحديد الزاوية α
39 11.4.3 إنحناء عند $M(\theta)$

خاتمة

قائمة المراجع

مقدمة :

دراسة المنحنيات من المواضيع الجذابة والشيقة في الرياضيات، وترجع هذه الجاذبية إلى الخلفية الهندسية والحسابية والفنية التي تتمتع بها هذه المنحنيات.

يمكن رسم جميع الدوال (التوابع) الرياضية بشكل منحنيات مسطحة في المستوي إذا كانت ذات بعدين وفي الفضاء بشكل منحنيات أو سطوح وأحجام إذا كانت ذات ثلاث أبعاد.

يساعد شكل المنحنى في مشاهدة التغيرات التي تطرأ على متغيرات الدالة نتيجة تغير المقادير في فواصل عددية صغيرة أو كبيرة حتى في اللانهائي. كذلك يمكن مشاهدة سلوك المنحنى عند مقاربه وتقوسه ومساحته وطوله ومواضيع أساسية أخرى جبرية وهندسية.

كما نعلم أنّ المنحنيات الوسيطة لها أهمية بالغة في الرياضيات والفيزياء والعلوم الأخرى، لأنّ روابط ودوال بعض هذه المنحنيات هي أجوبة مسائل ومعادلات مهمة في كل العلوم.

ونظرا لأهمية هذا الموضوع في الرياضيات وفي كل العلوم، ارتأينا أن يكون موضوع مذكرتنا المنحنيات الوسيطة.

سنحاول أن نجمع أهم التعاريف والمعلومات والخصائص التي يحتاجها الطالب أو الباحث في دراسة أيّ منحنى وسيطي.

سنجزىء عملنا هذا إلى ثلاثة فصول كالتالي:

يتناول الفصل الأول تعاريف ومفاهيم أساسية. كما ارتأينا إثراءه بإعطاء بعض التعاريف والخواص عن اشتقاق دوال تأخذ قيمها في \mathbb{R}^2 .

أما الفصل الثاني فخصناه لدراسة المنحنيات الوسيطة بدءا بإعطاء تعاريف وأمثلة عن القوس الوسيطي، كذلك الدراسة المحلية له، مروراً إلى رسم المنحنيات الوسيطة، وأنهيينا الفصل بالمنحنيات الوسيطة بالإحداثيات القطبية.

ختمنا موضوعنا بالفصل الثالث الذي يحوي الخصائص المترية للمنحنيات الوسيطة من حيث التمثيل والطول، فاصلة منحنى على قوس موجه، وصولاً إلى تمثيل وسيطي بالفاصلة المنحنية.



قائمة الرموز:

- سوف نعطي مدلول بعض الرموز التي سنستعملها في عملنا هذا:
- $\cdot \{(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) / x_i \in \mathbb{R}, \forall i \in \mathbb{N}\} = \mathbb{R}^n$
 - \mathbb{R}^* مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا الصفر.
 - \mathbb{N} مجموعة الأعداد الطبيعية.
 - \mathbb{Z} مجموعة الأعداد الصحيحة.
 - \mathbb{C}^k مجموعة الدوال التي تقبل الإشتقاق بإستمرار k مرّة.
 - \mathbb{C}^∞ مجموعة الدوال التي تقبل الإشتقاق بإستمرار من كلّ الرتب.
 - $D(I, \mathbb{R}^2)$ مجموعة الدوال التي تقبل الإشتقاق من I نحو \mathbb{R}^2 .
 - $\|f\|$ نظيم f .
 - $Det(f_1, f_2)$ محدّد f_1 و f_2 .
 - (I, f) قوس وسيطي على I من \mathbb{R} .
 - $M(t)$ نقطة مادية متحركة في اللحظة t .
 - (\vec{e}_1, \vec{e}_2) أساس متعامد و متجانس مباشر في المستوي في \mathbb{R}^2 .
 - $d(M(t), D)$ المسافة بين النقطة $M(t)$ والمستقيم D .
 - f_I اقتصار الدالة f على مجال I .
 - Γ منحنى وسيطي.
 - $D_1(f)$ ميدان التمثيل.
 - $f \circ g$ تركيب f و g .
 - f^{-1} الدالة العكسية لـ f .
 - $\sum_{i=1}^n$ المجموع من $i=1$ إلى $i=n$