وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
– القبة القديمة – (الجزائر)
قسم الرياضيات

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
École Normale Supérieure
-Vieux Kouba- (Alger)
Département de Mathématiques

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم المتوسط وأستاذ التعليم الثانوي

دراسة السطوح في $\mathbb{R}^3$

من إعداد:
⋆ بوعلي يوسف حفصة
⋆ لحمر فائحة

تحت إشراف الأستاذ:
⋆ موساوي توفيق

تناقش يوم2015/06/13 من طرف لجنة المناقشة:

فربطس وداد ..... أستاذة بالمدرسة العليا للأساتذة ..... رئيسة
موساوي توفيق ..... أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة ..... مشرفا
بوسنة أمينة ..... أستاذة بالمدرسة العليا للأساتذة ..... منافشة

السنة الجامعية:2015/2014
دفعة جوان:2015

المُحْتَوَيَاتُ

كلمة شكر

الإهـــداء

صفحة الترميـــزات 01

مقدمـــة 02

الفصل الأول
مفاهيم أولية

1.1 **التحويل من تمثيل وسيطي إلى معادلة ديكارتية** 04
2.1 **نظرية التوابع الضمنية** 05
3.1 **المستوي المماس عند نقطة** 08
1.3.1 ـ السطح المعرّف بتمثيل وسيطي 08
2.3.1 ـ السطح المعرّف بمعادلة ديكارتية 11
4.1 **وضعية سطح بالنسبة لمستوي مماس** 13
5.1 **تقاطع سطحين** 15

الفصل الثاني
بعض أنواع السطوح

1.2 **السطوح المألوفة** 19

1.1.1 ـ الأسطوانة 19
2.1.2 ـ المخروط 22
3.1.2 ـ سطوح الدوران 27

2.2 **السطوح من الدرجة الثانية** 33

1.2.2 ـ سطوح من الدرجة الثانية ذات مركز 34

2.2.2 ـ سطوح من الدرجة الثانية ليست ذات مركز 35

3.2.2 ـ المجسم الزائدي للدوران في رقعة و المجسم المكافىء الزائدي 40

1.3.2.2 المستقيمات المرسومة على مجسم زائدي لدوران في رقعة 40

2.3.2.2 المستقيمات المرسومة على المجسم المكافىء الزائدي 42

3.2 **السطوح المنتظمة ، السطوح القابلة للنشر** 46

الفصل الثالث
تحديد بعض المنحنيات المرسومة على سطح

1.3 ـ **المسارات المتعامدة** 56

2.3 ـ **الخطوط ذات أكبر ميل** 58

3.3 ـ **الحيط الظاهري المخروطي الناتج من نقطة معطاة** 61

الخاتـــــمة 63

قائمة المصطلحـات 64

قائمة المراجع 69

صفحة الترميزات

$\mathbb{R}$	مجموعة الأعداد الحقيقية
C^k	فضاء التوابع القابلة للإشتقاق k مرة بإستمرار
$\Re$	معلم للفضاء
$\overrightarrow{gradF}$	تدرج F
rg	رتبة
$\emptyset$	المجموعة الخالية
$O_2(\mathbb{R})$	الزمرة العمودية ذات البعد 2
$M_3(\mathbb{R})$	فضاء المصفوفات المربعة
$O_3(\mathbb{R})$	فضاء المصفوفات العمودية
$D_3(\mathbb{R})$	فضاء المصفوفات القطرية
$S_3(\mathbb{R})$	فضاء المصفوفات المتناظرة
$\chi_Q(\lambda)$	كثير الحدود المميز المرفق لـ λ
$SP(Q)$	طيف المصفوفة Q
$SEP(Q,\lambda)$	الفضاء الشعاعي الجزئي الذاتي المرفق لـ λ
det	المحدد
ϕ'_y	المشتق بالنسبة لـ y

مقدمة

يتحدث الكثيرون عن علم الهندسة الفضائية على أنه علم منته و متوقف، و لكننا نقول بأنه بناء شامخ لا غنى عنه لجميع المشتغلين بالعلوم البحتة و التطبيقية.

كما تعتبر مادة الهندسة الفضائية من المواد الأساسية في الرياضيات لأنها تعين الطالب على فهم كثير من المقررات التي يدرسها.

و لذلك فقد وجدنا من المناسب إختيار موضوع له علاقة بالهندسة الفضائية و المتمثل في دراسة السطوح في $\mathbb{R}^3$ و الذي نسعى من خلاله إلى تذليل الصعوبات التي يعانيها الطلبة في إستيعاب هذا الموضوع وسوف نحاول عرض هذا الموضوع بطريقة متأنية و بسيطة نلقي من خلالها الضوء على عدد من الجوانب الغامضة و التي غالبا ما تعترض فهم الطلبة.

سنقدم في هذا العمل دراسة للسطوح في $\mathbb{R}^3$. حيث يتكون هذا الموضوع من ثلاثة فصول.

يتناول الفصل الأول تعاريف و مفاهيم أولية بدءا بالرقعة الوسيطية متبوعة بالتحويل من التمثيل الوسيطي إلى المعادلة الديكارتية لسطح S و ذلك بإستخدام نظرية التوابع الضمنية. ثم ننتقل إلى دراسة المستوي المماس عند نقطة لسطح معرّف بتمثيل وسيطي و سطح معرّف بمعادلة ديكارتية ثم نتطرق لدراسة وضعية سطح بالنسبة لمستوي مماس، و تنهي هذا الفصل بدراسة لتقاطع سطحين.

أمّا الفصل الثاني فسنخصصه لعرض مفصل لبعض أنواع السطوح بداية بالسطوح المألوفة و المتمثلة في الأسطوانة و المخروط و سطوح الدوران. ثم نتناول السطوح من الدرجة الثانية بنوعيها: سطوح من الدرجة الثانية ذات مركز، و سطوح من الدرجة ليست ذات مركز و كذا المجسم الزائدي للدوران في رقعة و المجسم المكافىء الزائدي و أخيرا نقوم بدراسة حول السطوح المنتظمة و السطوح القابلة للنشر.

نختم موضوعنا بالفصل الثالث بإعطاء أمثلة عن المنحنيات المرسومة على سطح و التي تحقق شرط التفاضلية نبرز من خلالها كلّا من المسارات المتعامدة و الخطوط ذات أكبر ميل و كذا المحيط الظاهري الناتج من