الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique Populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

المدرسة العليا للأساتذة

القبة – الجزائر

قسم الرياضيات

Ministère de l'Enseignement Supérieur

et de la Recherche Scientifique

Ecole Normale Supérieure

Vieux Kouba – Alger

Département de Mathémathiques

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

دراسة معادلة الأمواج دراسة نظرية وعددية

من إعداد:

- **كيفوش وفاء**
- **لعريبي زهية**

تحت إشراف الأستاذ:

– ولد حمودة عمار

لجنة المناقشة:

- **الأستاذ: وعزار لحسن..... رئيسا.**
- **الأستاذ: علوان محمد علاء الدين.....ممتحنا.**
- **الأستاذ: ولد حمودة عمار ..... مشرفا.**

السنة الجامعية:2014-2015

دفعة جوان2015

المحْتَوَيَاتُ

مقدمة 01

الفصل الأول
تذكير ومفاهيم أساسية

المعادلات التفاضلية 03
الفضاءات الشعاعية النظيمية 06
الفضاءات البناخية 09

الفصل الثاني
دراسة نظرية لعادلة الأمواج في الحالة المتظمة

المعادلات التفاضلية العادية في الهندسة و الفيزياء 13

إهتزاز الخيوط و معادلة الموجة 14

حالة الإهتزازات الحرة للخيط 15
حالة الإهتزازات القسرية 17

حل معادلة الأمواج في البعد 1 18

طريقة فصل المتغيرات 18
طريقة دالمبير 25

الفصل الثالث
دراسة الحلول الضعيفة لمعادلة الأمواج

القيم الذاتية 31

نظرية الطيف 32

التفكيك الطيفي لمؤثر متراص 35

القيم الذاتية للمسألة التغايرية 37

المسألة التغايرية 37
النظرية الأساسية 38
الوجود و الوحدانية للحل الضعيف لمعادلة الأمواج 40

الصيغة التغايرية 42
النتيجة العامة 43
تطبيقات 47

الفصل الرابع

دراسة عددية لمعادلة الأمواج

إنشاء مخطط عددي 50

التقريب العددي لمعادلة الأمواج 52

برنامج الـ *Matlab* **لمسألة كوشي المتعلقة بمعادلة الأمواج** 54

حالة الشروط الدورية 54
خاتمة 63

مقدّمة

يمكن القول دون تجاوز أو مبالغة أنّ المعادلات التفاضلية تحتل المكانة المرموقة في كل فروع العلوم الهندسية و الفيزيائية؛ حيث أغلب العلاقات و القوانين الحاكمة بين متغيّرات مسألة فيزيائية تظهر على صورة معادلات تفاضلية. ولفهم هذه المسألة فلابدّ من حل هذه المعادلات التفاضلية أو على الأقل معرفة الكثير من خصائص هذا الحل؛ علما أنّ عملية الحصول على الحل ليست دوما بالمسألة اليسيرة، بل إنّ كثيرا من المعادلات التفاضلية غير قابلة للحل، واستحوذ هذا الأمر على اهتمام الرياضيين منذ بداية علم التفاضل في القرن 17 م و حتّى أيامنا هذه؛ سواءا من ناحية دراسة وجود الحل أو من ناحية خصائصه و طبيعته أو من ناحية الوحدانية. ولم يقف الرياضي عاجزا طويلا أمام هذه المعادلات التي يصعب حلها بل تجاوز ذلك إلى الحل التقريبي و الحل العددي. و من بين أهم هذه المعادلات التفاضلية الجزئية معادلة الأمواج و التي هي محور بحثنا هذا، فتناولنا في الفصل الأول تذكير ومفاهيم أساسية، في الفصل الثاني تطرقنا إلى دراسة نظرية لمعادلة الأمواج في الحالة المنتظمة، أما في الفصل الثالث فقد تطرقنا إلى دراسة الحلول الضعيفة لمعادلة الأمواج، وختمنا هذا العمل بفصل رابع عنوانه: دراسة عددية لمعادلة الأمواج .