

Ministère de l'Enseignement Supérieure
et de la Recherche Scientifique
Ecole Normale Supérieure
-Vieux Kouba - (Alger)
Département de Mathématiques

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
- المدرسة العليا للأساتذة -



-القبة القديمة (الجزائر)
قسم الرياضيات

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

عموميات حول التوابع الحسابية

تحت إشراف الأستاذة:
★ غياطو سهام

إعداد:

◆ بوخاري نبيلة
◆ بولهوشات صليحة
◆ حمزة خديجة

لجنة المناقشة:

إيمان ملزي رئيسة
بوقرة محمد ممتحنا
غياطو سهام مشرفة

السنة الجامعية: 2015/2014

دفعة جوان: 2015

المحتويات

01	الرموز المستعملة
03	مقدمة

الفصل الأول التوابع الحسابية

05	بعض التعاريف و خواص التوابع الحسابية
05	التابع الحسابي
05	التابع الحسابي الجمعي
05	التابع الحسابي الجمعي كلياً
05	التابع الحسابي الجمعي بقوة
05	التابع الحسابي الضربي
05	التابع الحسابي الضربي كلياً
05	التابع الحسابي الضربي بقوة
07	بعض التوابع الحسابية المألوفة
07	التابع موبايوس $\mu(n)$ (<i>Mobius</i>)
07	الخواص الأساسية للتابع $\mu(n)$
09	التابع $\Lambda(n)$ (<i>Von – Mongolt</i>)
10	الخواص الأساسية للتابع $\Lambda(n)$
15	التابع $d(n)$ عدد قواسم عدد طبيعي
16	الخواص الأساسية للتابع $d(n)$
18	التابع الحسابي $\sigma(n)$ مجموع قواسم عدد طبيعي
19	الخواص الأساسية للتابع $\sigma(n)$

الفصل الثاني

التابع الحسابي لأولر (Euler)

- 22 التابع الحسابي لأولر
- 23 العلاقة بين $\mu(n)$ و $\varphi(n)$
- 25 بعض الخواص الأخرى للتابع $\varphi(n)$
- 27 حلول المعادلة $\varphi(x) = m$

الفصل الثالث

القيم الكبرى للتتابع الحسابية

- 32 القيمة الكبرى للتابع $d(n)$
- 33 القيمة الكبرى للتابع $\varphi(n)$
- 34 القيمة الكبرى للتابع $\mu(n)$ و $\Lambda(n)$
- 39 الخاتمة
- 40 المراجع

الرموز المستعملة

- (1) $N = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ تمثل مجموعة الأعداد الطبيعية
- (2) الحرف p يمثل دوما عددا أوليا
- (3) الترميزين $\prod_{p \leq n}$ و $\sum_{p \leq n}$ يمثلان على الترتيب مجموع و جداء الأعداد الأولية $p \in [2, n]$
- (4) من أجل كل عددين موجبين طبيعيين n و m نستعمل الرموز التالية:
- أ) $m | n$ معناه m يقسم n
- ب) $m \nmid n$ معناه m لا يقسم n مع (n, m) يمثلان القاسم المشترك
- ج) $p^\alpha \parallel n$ يمثل أن p^α يقسم تماما n حيث p^α يقسم n و $p^{\alpha+1}$ لا يقسم n
- (5) $[x]$ يمثل الجزء الصحيح لـ x حيث $x - 1 \leq [x] < x$
- (6) n عدد طبيعي مع $n \geq 2$ إذن يمكن كتابة n على شكل جداء عوامل أولية
- $$n = \prod_{P^\alpha \parallel n} p^\alpha = p_1^{\alpha_1} \times \dots \times p_k^{\alpha_k}$$
- (7) f و g تابعين معرفين على $[x_0, +\infty[$ بحيث $g(x) > 0$ من أجل كل $x > x_0$ لدينا:
- $$f(x) = O(g(x)) \Leftrightarrow \exists M > 0 : \frac{|f(x)|}{g(x)} \leq M *$$
- $$f(x) \sim g(x) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 1 *$$

مقدمة

مقدمة

تعد التوابع الحسابية إحدى الوسائل القوية في الرياضيات ، حيث تستعمل في الرياضيات الخالصة و في نظرية المجموعات و في نظرية الأعداد الجبرية و التحليلية و كذا في الرياضيات البحتة و التطبيقية. فقسمنا موضوعنا إلى فصلين:

الفصل الأول : تناولنا فيه تعريف التوابع الحسابية الضربية و الجمعية و خواصها و ذكرنا بعض أنواعها منها التابع مويوس $(\mu(n))$ (Mobius) التابع $(\Lambda(n))$ (Von – Mongolt) ، التابع $d(n)$ عدد قواسم عدد طبيعي و التابع $\sigma(n)$ مجموع قواسم عدد طبيعي.

الفصل الثاني : خصصناه لدراسة التابع الحسابي لأولر $\varphi(n)$.

الفصل الثالث : سنتناول في هذا الفصل القيم الكبرى للتوابع الحسابية .