الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique Populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
القبة القديمة– الجزائر
قسم الرياضيات

Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique
Ecole Normale Supérieure
Vieux Kouba – Alger
Département de mathématique

طيف المؤثرات التفاضلية وتطبيقاتها

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

من إعداد:

- دلال سمية
- حاج جيلاني سهيلة

تحت إشراف الأستاذ:

مختاري عبد الحق

لجنة المناقشة:

- الأستاذ: سليماني كمال..... رئيسا.
- الأستاذ: مختاري عبد الحق..... مشرفا.
- الأستاذ: بوسعدة مراد.....ممتحنا.

السنة الجامعية: 2014 - 2015

دفعة جوان 2015.

الفهـــرس

مقدمة 01

الفصل الأول: طيف مؤثر

1.1 مفاهيـم أساسيـة 04

2.1 قابلية القلب لمؤثر 11

3.1 تعاريف و خواص 14

4.1 نصف قطر الطيف 18

5.1 نظرية صورة الطيف 20

الفصل الثاني: المؤثر القريـن

1.2 مؤثر القريـن 23

3.2 طيف المؤثر القرين. 25

4.2 المؤثرات الناقصية و نظرية Lax-Milgram 26

الفصل الثالث : مؤثر القرين الذاتي

1.3 الخصائص الطيفية لمؤثرات القرين الذاتي 30

2.3 الحساب التابعي من أجل المؤثرات القرينية الذاتية 33

الفصل الرابع : المؤثرات المتراصة

1.4 تعريف و خواص. 40

2.4 مؤثرات ذات رتبة متهية 42

الفصل الخامس : تطبيق القيم الذاتية في مسألة ناقصية

1.5 المسألة التغايرية المجردة 47

2.5 القيم الذاتية لـ Laplacian 49

خاتمة 50

دليل العلماء المذكورين 51

المصطلحات 52

قائمة المراجع. 55

مقـدّمـــــة :

1- لماذا هذا الموضوع؟

يتميز عام التخرج عن سنوات التدرج بإنجاز مذكرة خاصة بنا، في البداية كنا في حيرة من أمرنا في إنتقاء الموضوع كون الرياضيات بحر واسع كثيرة الشعب و التخصصات، إطلعنا على عدة مواضيع مقترحة، لفت إنتباهنا طيف المؤثرات التفاضلية و تطبيقاتها و ذلك لتفرعه في العديد من المقاييس(التوزيعات، معادلات تفاضلية، الجبر الخطي،...، الطبولوجيا)، و أردنا أن يكون عملنا أحسن عمل يفيد و يستفيد منه الجميع بعدنا إن شاء الله

2- لمحة تاريخية :

تعتبر النظرية الطيفية من الفروع المهمة في الرياضيات، حيث تعنى في الغالب بتمديد العديد من المفاهيم المعروفة حول التوابع إلى المؤثرات المعرفة على فضاءات التوابع المختلفة، كما أنها تعمم القيم الذاتية و الأشعة الذاتية للمصفوفة إلى مؤثرات .

تظهر النظرية الطيفية بشكل أساسي في الدراسات المتعلقة بالظواهر الإهتزازية .

بين 1903 و 1907

في عام 1903 وضع إيفار فريدهولم (Erik Ivar Fredholm) طريقة لحل معادلة تكاملية من الشكل:

$$f(x) = \phi(x) - \lambda \int_a^b k(x,y)\phi(y)dy$$

و أراد إيجاد عبارة التابع f بدلالة ϕ مع التحقق من وجود عدد حقيقي μ حيث :

$$\int_a^b k(x,y)\phi(y)dy = \mu\phi(x)$$

إستخدم دافيد هيلبرت (Dvid Hilbert) طريقة فريدهولم و طورها قبل 1907 . تشبه الطرق المعروفة في الجبر الخطي في حل جملة معادلات. بها أعطى شكل حلول المعادلات التكاملية.

بين 1920 و 1936

أنشئت في بولندا مدرسة للرياضيات كان إهتمامها مركزا على المنطق الرياضي، الطبولوجيا و التحليل التابعي، من أحد أعلام هذه المدرسة ألا و هو ستيفن بناخ (Stephan Banach) . ففي عام 1932 نشر كتابه بعنوان نظرية المؤثرات الخطية. من أهم النظريات في هذا الكتاب نجد نظرية هام بناخ، نظرية بناخ ـ شتاينهاوس

(Stenhaus) و نظرية التطبيق المفتوح. واصل بناخ البحث الرياضي حتى 1970 .
و في نفس السنة ألف جون فون نومان (John Von Neumann) أسس ميكانيكا الكم. أثرى هذا العمل عمل أستاذه هيلبرت بتعريف الفضاءات الهيلبرتية، سمحت هذه الأعمال بإظهار طرق جديدة للبحث.
منذ 1973
قبل بناخ الفرضية : " كل مؤثر متراص هو نهاية لمؤثرات ذات رتب متنهية " . في 1973 أعطى أنفلو (Enflo) أمثلة مضادة لهذه النظرية.

هيكلة :

إعتمدنا في هذا البحث على دراسة نظرية وأخرى تطبيقية. قسمناه إلى خمسة فصول. إستهلت بمقدمة شرحنا فيها سبب إختيارنا للموضوع، ونبذة تاريخية عن النظرية الطيفية.

تطرقنا في الفصل الأول إلى المفاهيم الأولية وطيف المؤثر ونصف قطره .

في الفصل الثاني قمنا بدراسة المؤثر القرين وطيفه.

وفي الفصل الثالث قمنا بدراسة مؤثر القرين الذاتي وأدرجنا أهم خصائصه .

الفصل الرابع قمنا بدراسة المؤثرات المتراصة و المؤثرات ذات رتبة متنهية.

أما الفصل الخامس فقد خصصناه للدراسة التطبيقية حول وجود القيم الذاتية لمسألة ناقصية.

وفي الأخير أدرجنا قائمة لبعض المراجع وأنهينا مذكرتنا بخاتمة ضمناها حوصلة لنتائج وظروف عملنا.