الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
القبة – الجزائر
قسم: رياضيات

Ministère de l enseignement supérieur
et de la recherche Scientifique
ECOLE NORMALE SUPERIEURE
Vieux – Kouba (ALGER)
Département de Mathématique

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

نظرية النقطة الصامدة بالنسبة للتطبيقات المتعددة القيم

من إعـــداد الطلبة :

- بركات تركية
- بن التومي لمياء

تحت إشراف الأستاذة :

- صغيري صارة

لجنة المناقشة:

الأستاذ: مختاري عبد الحق ..... رئيسا

الأستاذة: بوسنة أمينة .....ممتحنة

الأستاذة: صغيري صارة .....مشرفة

السنة الدراسية: 2015/2014

دفعة جوان: 2015

المحتويات

المحْتَوَيَاتُ

المقـــــدمة .....

الفصل الأول
مفاهيم عامـــة

1.1 الفضاء الطوبولوجي 02

2.1 خصائص أساسية 03

3.1 تشوه التطبيقات المستمرة 17

4.1 مميزات المسافة المترية حسب هوسدورف 19

5.1 الدرجة الطبولوجية 21

الفصل الثاني
التطبيقات متعددة القيم

2.1 التطبيقات متعددة القيم 23

1.1.2 مفاهيم أساسية 24

2.1.2 الصورة العكسية لتطبيق متعدد القيم 28

3.1.2 العمليات على التوابع متعددة القيم 31

1.3.1.2 تعاريف 31

2.3.1.2 خواص أساسية 32

2.2 **الإستمرار** 36

1.2.2 الدوال نصف مستمرة من الأعلى 36

2.2.2 إتحاد و تقاطع تابعين نصف مستمرين من الأعلى 41
3.2.2 صورة متراص بتابع نصف مستمرة من الأعلى 43
4.2.2 الدوال نصف مستمرة من الأدنى 44
5.2.2 عمليات جبرية 49
6.2.2 الإستمرار 51
3.2 **الإختيارات** 51
2.3.2 التطبيقات $\delta-$ ـ إختيارات $\delta - Selectionable\ mappings$ 55

الفصل الثالث
نظرية النقطة الصامدة

1.3 **في حالة التطبيقات أحادية القيمة** 56
1.1.3 نظرية النقطة الصامدة لبناخ 56
2.1.3 نظرية النقطة الصامدة لشاودر 63
2.3 **في حالة التطبيقات متعددة القيم** 67
1.2.3 نظرية النقطة الصامدة بالنسبة التطبيقات متعددة القيم التقلصية 67
2.2.3 نظرية النقطة الصامدة بالنسبة للتطبيقات δ ـ إختيارات 69

الخاتـــــمة 76
المراجع 77
قائمة المصطلحات 79

ترميـــــز

$P(E)$ مجموعة أجزَاء المجموعة E .

$P_p(E)$ مجموعة أجزَاء المجموعة E التي تحقِق خَاصية معينة P ، P ترمز إِلَى خَاصية تكون إِمَا طبولوجية ، مترية أَو جبرية مثلَا :

$P_f(E) = \{Y \in P(E),\ Y$ مغلق$\}$

$P_p(E) = \{Y \in P(E),\ Y$ محدود$\}$

$P_{cv}(E) = \{Y \in P(E),\ Y$ محدب$\}$

$P_{cp}(E) = \{Y \in P(E),\ Y$ متراص$\}$

$P_{cv,cp}(E) = \{Y \in P(E),\ Y$ متراص و محدب$\}$

$P_{cp,cv}(E) = P_{cp}(E) \cap P_{cv}(E)$

$\overline{A}$ ملَاصقة المجموعة A .

Sup : الحد الأَعلَى .

$d(.,.)$: مسَافة في فضَاء متري.

$C(X,Y)$:فضَاء التوَابع المستمرة من X نحو Y .

$co(A)$:غلَاف التحدب لـ A .

$S = \overline{B}(0,R)$ سطح الكرة المغلقة التيُ مركزهَا 0 و نصف قطرهَا R .

$J_f(x_0)$ محدِد المصفوفة اليعقوبية لـ f .

$C^k(\Omega)$ فضَاء التوَابع القَابلة لِلإِشتقَاق بإِستمرَار k مرّة علَى Ω .

$Dom(F)$ مجموعة تعريف التَابع متعدِد القيم F .

قائمة المصطلحات

قائمة المصطلحات

–أ–

Réunion	إتحاد
Inclusion	إحتواء
Selection	إختيار
Projection	إسقاط

–ب–

Epreuve	برهان

–ت–

Fonction	تابع
Compléments	تتمة
Partition	تجزئة
Application	تطبيق
Homotopic	تشوه
Définition	تعريف
Intersection	تقاطع
Contraction	تقلصي
Approximation	تقريب
Lemme	توطئة

–ج–

Partie	جزء
Système	جملة
Voisinage	جوار

_غ_

Enveloppe	غلاف

_ف_

Espace Vectoriel Séparé Localement Convexe	فضاء شعاعي منفصل محدب محليا

_ق_

Disque de l`unite	قرص الوحدة
Proposition	قضية

_ك_

Boule	كرة

_م_

Suite	متتالية
Compact	متراص
Multivalue	متعدد القيمة
Ensemble	مجموعة
Convexe	محدب
Borné	محدود
Totalement borné	محدود كليا
Continu	مستمر
Equation	معادلة

Distance	مسافة
Dérivée	مشتق
Ferme	مغلق
Ouvert	مفتوح
Séparé	منفصل

_ن_

Théoreme	نظرية
Norme	نظيم
Point	نقطة
Superieure Semi Continous	نصف مستمر من الأدنى
Semi Continous inférieure	نصف مستمر من الاعلى
Conclusion	نتيجة

_و_

Existence	الوجود

مقـــــدمة

إنّ الهدف الأساسي من وراء قيامنا بهذا البحث هو التعرّف و التعريف بالتطبيقات متعدِدة القيم و خواصها التي ظهرت هذه الأخيرة من خاصية التباين للتوابع العادية، فإذا كان التابع غير متباين كنا نكتفي بالقول أنّه ليس تقابلي و بالتالي لا يقبل تطبيق عكسي.

كما ظهرت أمثلة لتوابع مشابهة في الكثير من المسائل الفيزيائية و لم تستطع نظريات التحليل العادية حلها . و بهذا فرضت هذه التوابع نفسها في مختلف مجالات التحليل الرّياضي، و ظهر بذلك فرع جديد في الرّياضيات يهتم بدراسة التوابع التّي تكون صورة أي نقطة عبارة عن مجموعة . و هو شيء يبدو للوهلة الأولى غريبا فقد إعتدنا أن صورة كل نقطة من مجموعة البدىء هي نقطة من مجموعة الوصول . هذا من جهة،

و من جهة أخرى تناولنا بعض **نظريات النقطة الصامدة و تطبيقاتها** و التي لها أهمية كبيرة في حل بعض المشاكل الرّياضية، هذا ما جعلناه محور مذكرتنا .

و نظرا للتوسع الموجود في هذين الموضوعين إرتأينا أن يكون عملنا مختصرا، فقدمناه مفصلا في ثلاثة فصول:

الفصل الأول : ضمّ التذكير بأهم المفاهيم و النظريات في الفضاءات الطبولوجية و المترية و التي تمهد للقارىء الأرضية الملائمة لِفهم محتوى الفصلين الثاني و الثالث، و منه فهم جوهر المذكرة .

أما الفصل الثاني : فقدمنا في بدايته تعريفا للتطبيقات متعدِدة القيم و أهم خواصها بعدها تناولنا نوعين من إستمرار هذه التطبيقات ألا و هما الإستمرار من الأعلى و الإستمرار من الأسفل و ختمنا هذا الفصل بالتحدث بإختصار عن الإختيارات، و التي تسمح لنا بالإنتقال من حالة تطبيقات متعدِدة القيم إلى حالة تطبيقات أحادية القيمة التي تعودنا على دراستها .

أما الفصل الثالث : فجاء بنظرية النقطة الصامدة في حالة تطبيقات أحادية القيمة، ثم مررنا إلى حالة تطبيقات متعدِدة القيم و تناولنا فيه أشهر النظريات المذكورة في هذا المجال .