

Ministère de l'enseignement supérieur  
et de la recherche scientifique  
Ecole normale supérieure  
Vieux Kouba (Alger)  
Département de mathématiques



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
المدرسة العليا للأساتذة  
القبة القديمة (الجزائر)

قسم الرياضيات

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي بعنوان:

# التراص في فضاءات أورليتش (ORLICZ)

تحت إشراف الأستاذ:

- بوودن كريم

من إعداد الطالبات:

- عمراوي فتيحة

- مقراني سامية

- لعشيري صونيا

لجنة المناقشة:

- الأستاذ: مختاري فارس ..... (رئيسا)

- الأستاذ: بوسعدة مراد ..... (ممتحنا)

- الأستاذ: بوودن كريم ..... (مشرفا)

السنة الجامعية: 2014 - 2015

دفعة جوان: 2015

---

# الفهرس

---

## المقدمة

### الفصل الأول : مفاهيم أساسية

03	1.1 الفضاءات الشعاعية النظيمية .....
03	2.1 التوابع المحدبة .....
04	3.1 الفضاءات والتوابع القيوسة .....
06	4.1 تكامل لويغ .....
09	5.1 فضاء $C_c(\Omega)$ وفضاءات لويغ .....
13	6.1 التراص .....
15	7.1 التراص في $C_c(\Omega)$ و $L^p(\Omega)$ .....

### الفصل الثاني : فضاءات أورليتش

17	1.2 التوابع المتممة حسب مفهوم يونغ .....
26	2.2 مقارنة توابع يونغ .....
34	3.2 صفوف أورليتش $\mathcal{L}_\Phi^\circ(\Omega, \Sigma, \mu)$ .....
36	4.2 فضاءات $\mathcal{L}_\Phi^*(\Omega, \Sigma, \mu)$ .....
39	5.2 فضاءات أورليتش $L_\Phi(\Omega, \Sigma, \mu)$ .....
41	6.2 نظيمات أورليتش .....
44	7.2 مقارنة فضاءات أورليتش .....

### الفصل الثالث : التراص في فضاءات أورليتش

48	1.3 التقارب في فضاءات أورليتش .....
50	2.3 الإتمام في فضاءات أورليتش .....
51	3.3 دراسة التراص في فضاءات أورليتش .....

## الخاتمة

58	ملحق .....
59	قائمة المصطلحات .....
63	المراجع .....

---

## قائمة المصطلحات

- أ -

Bidual . . . . . الثنوي

- ب -

Demenstration. . . . . برهان

- ت -

Compacité . . . . . تراص

Application. . . . . تطبيق

Fonction . . . . . تابع

Fonction mesurable . . . . . تابع قيوس

Fonction croissante . . . . . تابع متزايد

Fonction continue . . . . . تابع مستمر

Converger . . . . . تقارب

. . . . . تقارب بالهيمنة

. . . . . تقارب رتيب

. . . . . تقارب بالمتوسط

Lemme . . . . . توطئة

---

---

- ج -

Algèbre . . . . . جبر

Partie . . . . . جزء

- خ -

Linéaire . . . . . خطي

Propriété . . . . . خاصية

- ش -

Vectorielle . . . . . شعاعي

Presque partout (P.P). . . . . شبه كلي

- ف -

Espace . . . . . فضاء

Espace vectorielle . . . . . فضاء شعاعي

Sous-Espace . . . . . فضاء جزئي

Espace complet. . . . . فضاء تام

Proposition . . . . . فرضية

- ق -

Mesure . . . . . قياس

---

---

Proposition . . . . . قضية

Inversible . . . . . قابل للقلب

- م -

Inverse. . . . . مقلوب

Complémentaire. . . . . متمم

Associé. . . . . مرفق

Inégalité. . . . . متباينة

Théorème. . . . . مبرهنة

Comparaison. . . . . مقارنة

Convexe . . . . . محدب

Remarque . . . . . ملاحظة

Fermé . . . . . مغلق

Séparé . . . . . منفصل

Ansemble. . . . . مجموعة

Suite. . . . . متتالية

Sous-Suite. . . . . متتالية جزئية

Suite de Cauchy . . . . . متتالية كوشية

Equicontinu . . . . . متساوي الإستمرار

---

---

Sous-Ensemble . . . . . مجموعة جزئية

- ن -

Corollaire . . . . . نتيجة

Norme . . . . . تنظيم

Limite . . . . . نهاية

---

## مقدمة :

إن الفضاءات الدالية لبناخ كثيرة الإستعمال في ميدان الرياضيات. وهدف هذا العمل هو دراسة خاصة تمتاز بها هذه الفضاءات ألا وهي التراص. هذه الدراسة سوف تكون في فضاءات أورليتش التي تتمتع بخصائص عدة مقارنة بالفضاءات الأخرى.

فضاءات أورليتش نوعين :

النوع الأول : هو فضاءات دوال أورليتش  $L_{\Phi}$  وهو تعميم لفضاءات لوبيغ  $L^p$  وهو محور دراستنا.

النوع الثاني : هو فضاءات متتاليات أورليتش  $\mathcal{L}_{\Phi}$  وهو تعميم لفضاءات لوبيغ  $L^p$ .

مع  $\Phi$  هي  $N$  - دالة في كلا النوعين.

مايهمنا هو دراسة التراص في فضاءات مختلفة كفضاء الدوال  $C(\Omega)$  وفضاء لوبيغ  $L^p(\Omega)$

وبالأخص في فضاءات أورليتش  $L_{\Phi}$ .

ولذلك قسمنا هذا العمل إلى ثلاثة فصول:

ففي الفصل الأول قمنا بتذكير عام حول بعض المفاهيم في القياس و المكاملة كمفهوم التراص وقمنا

بتعريف فضاء  $C(\Omega)$  وفضاء لوبيغ  $L^p(\Omega)$  و التراص في كل منهما.

وفي الفصل الثاني تناولنا مفهوم التوابع المتممة حسب يونغ و مقارنة توابع يونغ و كذا صفوف،

فضاءات و نظيمات أورليتش و مقارنة هذه الفضاءات.

أما في الفصل الثالث والأخير فقد قمنا بدراسة التقارب، الإتمام والتراص في فضاءات أورليتش.