

Ministère de l'Enseignement  
Supérieur  
et de la Recherche Scientifique  
École Normale Supérieure  
-Vieux Kouba- (Alger)  
Département de Mathématiques



وزارة التعليم العالي والبحث  
العلمي  
المدرسة العليا للأساتذة  
- القبة القديمة - (الجزائر)  
قسم الرياضيات

مذكرة تخرج لنيل شهادة أساتذة التعليم الثانوي والمتوسط

## الحلول الدورية للمعادلات التفاضلية بتأخر

تحت إشراف الأستاذ:  
\* بوودن كريمة

من إعداد:  
\* بوخاري فتيحة  
\* دربسي زوينة  
\* حماني شرفة

تناقش يوم 2015/06/13 من طرف لجنة المناقشة:

\* سليمان كمال ..... أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة ..... رئيسا  
\* بوودن كريمة ..... أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة ..... مشرفا  
\* عزوق سليمان ..... أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة ..... مناقشا

السنة الجامعية: 2015/2014  
دفعة جوان: 2015

# مقدمة

## مقدمة

كرست هذه المذكرة لدراسة مشكلة الوجود و الوحداية باستعمال نظرية النقطة الصامدة بمواضع محكمة

بإعطاء دالة  $f$  مسألة النقطة الصامدة تقوم بحل المعادلة  $f(x) = x$ . التجربة توضح لنا أنه باستطاعتنا حل مشكلة النقطة الصامدة و سنكون أيضا قادرين على حل كمية أخرى من المشاكل من أول نظرة و ليست مشابهة لمشكلة النقطة الصامدة على سبيل المثال:

نقوم بإيجاد  $x$  بحيث  $f(x) = 0$  نستطيع إيجاد أي نقطة تكون حل للمعادلة  $g(x) = f(x) - y + x$

مسألة وجود و وحداية حل مشكل بقيمة ابتدائية من الشكل  $x'(t) = f(t, x(t)), x(0) = x_0$  العنصر الأساسي في هذه المذكرة هو نظرية النقطة الصامدة لكراسنوسلски

هذه النظرية اليوم تملك عدة متغيرات و هي نتيجة مذهلة و تملك عدة تطبيقات و في هذه المذكرة سنطبقها على بعض أنواع المعادلات التفاضلية التابعة بتأخر من الرتبة 2 ، لبرهان وجود هذه الحلول الدورية بدقة سنحول معادلات تفاضلية تابعة بتأخر بمعادلات تكاملية ثم باستعمال نظرية النقطة الصامدة لكراسنوسلски نبرهن وجود الحلول الدورية إقتصرت هذه المذكرة على ثلاثة فصول أساسية ،شمل الفصل الأول على التعاريف و الأدوات اللازمة لموضوع المذكرة . سنجد عدة نظريات للنقطة الصامدة كنظرية النقطة الصامدة لكراسنوسلски

أما الفصلين الأخيرين هما تطبيقات مباشرة لنظرية النقطة الصامدة لكراسنوسلски على المعادلتين التفاضليتين بتأخر التاليتين:

$$x''(t) + p(t)x'(t) + q(t)x(t) = r(t)x'(t - \tau(t)) + f(t, x(t), x(t - \tau(t)))$$

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + p(t)\frac{d}{dt}x(t) + q(t)x(t) = \frac{d}{dt}q(t, x(t - \tau(t))) + f(t, x(t), x(t - \tau(t)))$$