



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
المدرسة العليا للآسانفة  
القبلة - الجزائر  
قسم الرياضيات



مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

## النوابغ بنات النغب المكدود و قابلبة المكاملة حسب ريمان

تحت إشراف الأستاذة :  
• هبول دوجة

من إعداد :  
• طالب حنان  
• عابد جهيدة

تناقش يوم 13 - 06 - 2013 من طرف لجنة المناقشة :

|              |       |                                 |       |         |
|--------------|-------|---------------------------------|-------|---------|
| حربيلي أنيسة | ..... | أستاذة بالمدرسة العليا للأساتذة | ..... | رئيسة   |
| موساوي توفيق | ..... | أستاذ بالمدرسة العليا للأساتذة  | ..... | ممتحنًا |
| هبول دوجة    | ..... | أستاذة بالمدرسة العليا للأساتذة | ..... | مشرفة   |

السنة الجامعية : 2015/2014

دفعة جوان : 2015

---

# الفهرس

## مقدمة

### الفصل الأول : تكامل ريمان

- 0.1 تذكير ببعض المفاهيم الخاصة بالحدودية..... 3
- 1.1 تقسيمات مجال ..... 5
- 2.1 مجاميع ريمان *Riemann* ..... 6
- 3.1 تكامل ريمان *Riemann* ..... 11
- 4.1 بعض الشروط الكافية لقابلية الكاملة حسب ريمان ..... 18

### الفصل الثاني : التوابع ذات التغير المحدود

- 1.2 التوابع ذات التغير المحدود ..... 22
- 2.2 قابلية الإشتقاق و محدودية التغير ..... 34
- 3.2 تفكيك التوابع ذات التغير المحدود..... 37
- 4.2 محدودية التغير و قابلية الكاملة حسب ريمان..... 45

## خاتمة

## دليل المصطلحات

## الملحق

## المراجع

---

---

# دليل المصطلحات

أ

*Fonction resider*

*Variation totale*

التابع المترسب  
التغير الكلي

ت

*Fonction Variation borne*

*Variation d'une fonction*

*Inlegrale*

تابع محدود التغير  
تغير تابع  
تكامل

م

*Somme de Riemann Inferieure*

*Somme de Riemann Superieure*

مجموع ريمان السفلي  
مجموع ريمان العلوي

---

---

## مقدمة

يبدأ الطالب في التعرف على مفهوم تكامل ريمان في الطور الثالث من مشواره الدراسي و هذا في السنة الثالثة ثانوي.

في هذا المستوى يقوم الطالب بحساب تكامل ريمان للتوابع المستمرة دون التطرق إلى الشروط التي تجعل هذا التكامل ممكنا أو موجودا.

بعد الانتقال إلى الجامعة و نخص بالذكر الطلبة الذين يتخصصون في الرياضيات يبدأ مفهوم تكامل ريمان يتوضح لهم أكثر فأكثر، بحيث يكتشف الطالب أن الاستمرار ما هو إلا شرطا كافيا و ليس لازما لوجود التكامل.

و يتعرف على شروط أخرى تضمن هذا التكامل من بينها رتبة التابع.

في هذه مذكرة سنعطي أمثلة لتوابع قابلة للمكاملة حسب مفهوم ريمان بدون أن تكون مستمرة أو رتيبة و هي التوابع ذات التغير المحدود على مجال مغلق و محدود  $[a, b]$  ، و على هذا الأساس قسمنا مذكرتنا هذه إلى فصلين.

في الفصل الأول ذكرنا بتعريف تكامل ريمان و أعطينا بعض النتائج التي تتعلق به.

أما في الفصل الثاني تطرقنا إلى تعريف التوابع المحدودة التغير على مجال مغلق و محدود  $[a, b]$  ثم أعطينا بعض الشروط الكافية التي تجعل من التابع محدود التغير ، بعد ذلك أثبتنا النظرية التي تقول أن التوابع ذات التغير المحدود قابلة للمكاملة حسب ريمان.

---