

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique
Ecole Normale Supérieure
Vieux – Kouba (Alger)
Département de Mathématiques



وزارة التعليم العالي
و البحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
القبة القديمة – الجزائر
قسم الرياضيات

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي
إنشاء تكامل لوبيغ على

IR

تحت إشراف الأستاذة:

دوجة هبول

من إعداد:

- كيرد الطاهر
- حميدات أحمد
- هارون نجيم

لجنة المناقشة

رئيساً
مشرفةً
ممتحناً

- الأستاذ : بورغدة عبد الوهاب
- الأستاذة : دوجة هبول
- الأستاذ : مختاري عبد الحق

السنة الجامعية : 2014-2015

دفعة جوان : 2015

فهرس المواضيع

الموضوع	الصفحة
مقدمة.....	

الفصل الأول : تكامل ريمان

1.I تقسيمات مجال.....	6
2.I مجاميع ريمان.....	7
3.I تكامل ريمان السفلي و العلوي.....	8
4.I التوابع القابلة للمكاملة حسب ريمان.....	9

الفصل الثاني : المجموعات المهملة. مفهوم التوابع المتساوية شبه كلياً

1.II المجموعات المهملة.....	12
1.1.II تعريف.....	12
2.1.II خواص.....	12
2.II التساوي شبه كلياً.....	13
1.2.II تعريف.....	13
2.2.II خواص.....	14
5.2.II قضية.....	21

الفصل الثالث : تكامل لوبيغ على \mathbb{R}

27.....	1.III التوابع الدرجة.
28.....	3.1.III ملاحظات.
29.....	2.III تكامل لوبيغ للتوابع الدرجة.
29	1.2.III تعريف
30	2.2.III تعريف الفضاء الشبكي
40.....	3.III التوابع القابلة للمكاملة حسب لوبيغ.
40.....	4.3.III تعريف
49.....	5.3.III تعريف.
53	خاتمة.
54.....	المراجع.
55.....	الرموز المستعملة.
56.....	دليل بعض المصطلحات.

مقدمة

خلال مشوارنا الدراسي تعرّفنا على مفهوم تكامل لوبيغ على مجموعة كيفية X من حيث الإنشاء وبعض الخواص التي يتمتع بها. لكن كان هذا بعد تمهيد طويل، إذ تعرّفنا أولاً على مفهوم العشائر [3] ثم القياسات الموجبة [3]، فالتطبيقات القابلة للقياس [3] (وهي التطبيقات المعرفة على مجموعة X والتي يمكن مكاملتها حسب لوبيغ إن توفرت فيها بعض الشروط). الهدف من مذكرتنا هو إنشاء تكامل لوبيغ، لكن فقط على \mathbb{R} ، ودون اللجوء إلى كل المفاهيم السابقة الذكر، بل نستعين فقط بمفاهيم أولية في الرياضيات.

لأجل إنجاز هذا العمل قسمنا مذكرتنا إلى ثلاثة فصول. في الفصل الأول ذكرنا بتكامل ريمان وهذا حتى نوضح للقارئ أنّ تكامل لوبيغ على \mathbb{R} لا ينطبق دائماً مع تكامل ريمان فسنعطي مثلاً لتابع يمكن مكاملته حسب لوبيغ، لكن تكامله لريمان غير موجود.

أمّا في الفصل الثاني فسندرج مفهوم المجموعة المهملة في \mathbb{R} (دون اللجوء إلى مفهوم القياس الموجب). وكذا مفهوم تساوي تابعين شبه كلياً على \mathbb{R} وبعض الخواص الناتجة عن ذلك هذه المفاهيم نحتاج إليها في الفصل الثالث عند إنشاء تكامل لوبيغ، وكذا إعطاء بعض خواصه.

. نفرض أنّ القارئ ملم بالمفاهيم الأولية في الجبر والتحليل.