الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et Populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة – القبة
القبة – الجزائر
قسم الرياضيات

Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique
Ecole Normale Supérieure
Vieux Kouba – Alger
Département de mathimatique

المعادلات التفاضلية من الرتبة الأولى والثانية. دراسة نظرية – تطبيقات.

مذكرة لنيل شهادة أستاذ التعليم المتوسط

من إعداد:

- **صدِّيقي محمد**
- **خوخي سليمان**
- **عياد الحسين**

تحت إشراف :

الأستاذة: عقون فضيلة

لجنة المناقشة :

- **الأستاذ : ..... (رئيسا)**
- **الأستاذة : عقون فضيلة..... (مشرفة)**
- **الأستاذ : ..... (ممتحنا)**

السنةالجامعية:2014 /2015

(دفعة جوان 2015)

المحتويات

مقدمة 7

الفصل الأول : المعادلات التفاضلية العادية من الرتبة الأولى

1 – تعاريف و خصائص عامة..... 10

2 – المعادلات التفاضلية العادية من الرتبة الأولى ذات متغيرين منفصلين..... 11

3 – المعادلات التفاضلية المتجانسة من الرتبة الأولى..... 13

4 – المعادلات التفاضلية الخطية من الرتبة الأولى..... 16

5 – معادلات تفاضلية خاصة من الرتبة الأولى..... 19

- معادلة برنولي..... 19
- معادلة كليرو..... 20

الفصل الثاني : **المعادلات التفاضلية العادية من الرتبة الثانية**

1 – تعاريف و خصائص عامة..... 23

2 - حالات خاصة..... 30

- معادلات تفاضلية من الرتبة الثانية بمعاملات متغيرة 30
- معادلة أولر..... 31

3 – الجمل التفاضلية من الرتبة الأولى..... 32

الفصل الثالث: **تطبيقات**

1 – تطبيقات المعادلات التفاضلية من الرتبة الأولى..... 35

- تطبيق رياضي في فرع الهندسة..... 35
- تطبيق فيزيائي مسائل الخليط..... 37

2 – تطبيقلت المعادلات من الرتبة الثانية..... 40

- الحركة التوافقية البسيطة..... 40
- الدوائر الكهربائية 42
- حل نظام الزنبرك البسيط..... 44

خاتمة..... 48

المراجع..... 49

مُقَدِّمَة

الحمد لله رب العالمين و الصلاة و السلام على نبينا محمد و على آله و صحبه أجمعين، أما بعد:

تعتبر المعادلات التفاضلية الأداة الرئيسية المستخدمة من قبل العلماء لصياغة و قولبة نماذج رياضياتية لمظاهر واقعية . إنها بذلك تلعب دورا محوريا في استعمال الرياضيات لوصف العالم الذي يحيط بنا .

ظهر مفهوم المعادلات التفاضلية عند جمهور الرياضياتيين مع نهاية القرن السابع عشر. و يعتبر ليبنيزمبتكر الحساب التفاضلي و التكاملي في غضون عام 1686. كان ذلك بالتزامن مع نيوتن. كان يلجأ في تلك الفترة إلى المعادلات التفاضلية ، عبر مشكلات ذات أصل ميكانيكي أو هندسي كما هو الحال في :

حركة النواس الدائري .

حركة جسمين متجاذبين وفق قانون الجاذبية لنيوتن.

حركة أجسام مطاطية (النوابض , حبال مهتزة , ...)

إلخ ...

ما كاد القرن الثامن عشر أن يحل حتى وجد العديد من هذه المشاكل طريقه نحو الحل , إما بصفة كلية لبعضها أو جزئية بالنسبة للبعض الآخر. لقد رافق ذلك وضع طرق الحل , هي متداولة إلى يومنا هذا.

تطورت الأمور تدريجيا و شرع الرياضياتيون في الاهتمام بأصناف أوسع من المعادلات التفاضلية .تجدر الاشارة إلى أن المعادلات التفاضلية الخطية ذات معاملات ثابتة بدون طرف تأخر حلها الى حدود 1739على يد أولر , الأمر طبيعي إذا ما علمنا ان التعامل مع الدالة الأسية (الأداة المحورية) لم يكن مألوفا في تلك الفترة ...

قسمنا مذكرتنا هته إلى ثلاثة فصول. تحدثنا في الفصل الأول عن المعادلات التفاضلية من الرتبة الأولى و فيه مقاطع هي:

* تعاريف و خصائص عامة.
* المعادلات التفاضلية ذات متغيرين منفصلين.
* المعادلات التفاضلية المتجانسة من الرتبة الأولى.
* المعادلات التفاضلية الخطية من الرتبة الأولى.
* معادلات تفاضلية خاصة من الرتبة الأولى (معادلة برنولي – معادلة كليرو).

في الفصل الثاني تكلمناعن المعادلات التفاضلية من الرتبة الثانية . و فيه مقاطع هي :

* تعاريف و خصائص عامة .

* حالات خاصة (معادلات تفاضلية بمعاملات متغيرة – معادلة أولر).

* الجمل التفاضلية من الرتبة الأولى.

ختمنا هذه المذكرة بفصل أخير استعرضنا فيه بعض تطبيقات المعادلات التفاضلية من الرتبتين الاولى و الثانية .

فيما يخص المعادلات من التفاضلية من الرتبة الأولى ذكرنا تطبيقين هما:

* تطبيق رياضي – في فرع الهندسة .

* تطبيق فيزيائي – مسألة الخليط.

أما بالنسبة للمعادلات التفاضلية من الرتبة الثانية ذكرنا ثلاثة تطبيقات هي :

* الحركة التوافقية البسيطة.

* الدوائر الكهربائية.

حل نظام الزنبرك المهتز.