

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique
Ecole Normale Supérieure
Vieux Kouba – Alger
Département de Mathématiques



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
القبة القديمة – الجزائر
قسم الرياضيات

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

دراسة نوعية لمعادلة الانتشار

تحت اشراف الأستاذ:

بوودن كريم

إعداد الطالبات:

➤ زياني فاطمة

➤ شرفية سلمى

➤ ناشدة صفية هبة

لجنة المناقشة:

➤ الأستاذ: وعزار حسن.....رئيسا

➤ الأستاذ: دبة مصطفى.....ممتحنا

➤ الأستاذ: بوودن كريم.....مشرفا

السنة الجامعية: 2014 - 2015

الفهرس

المقدمة

الفصل الأول : المعادلات التفاضلية الجزئية

03	1.1 مفاهيم عامة
03	1.1.1 المشتقات الجزئية
03	2.1.1 المعادلات التفاضلية ذات المشتقات الجزئية
04	3.1.1 درجة المعادلات التفاضلية الجزئية
04	2.1 تصنيف المعادلات التفاضلية الجزئية
04	1.2.1 رتبة المعادلات التفاضلية
04	2.2.1 عدد المتغيرات
04	3.2.1 الخطية
05	4.2.1 التجانس
05	5.2.1 أنواع المعاملات
05	3.1 حل المعادلة التفاضلية ذات المشتقات الجزئية
05	1.3.1 حل المعادلة التفاضلية الجزئية
06	2.3.1 الحل العام والحل الخاص
07	4.1 المعادلات التفاضلية لبعض المسائل الفيزيائية
07	1.4.1 المعادلات التفاضلية الجزئية الخطية من الرتبة الأولى
07	2.4.1 المعادلات التفاضلية الجزئية الغير خطية من الرتبة الأولى
08	3.4.1 المعادلات التفاضلية الجزئية من الرتبة الثانية
08	4.4.1 المعادلات التفاضلية الجزئية الخطية من الرتبة الثانية
09	5.4.1 تصنيف المعادلات التفاضلية الجزئية الخطية من الرتبة الثانية
09	6.4.1 المعادلات التفاضلية الجزئية الغير خطية من الرتبة الثانية

7.4.1 المعادلات التفاضلية الجزئية من الرتبة الثانية بـ m متغير 10

8.4.1 أمثلة عن معادلة فيزيائية رياضية 10

الفصل الثاني : توابع بيسال

1.2 توابع بيسال 12

2.2 خصائص توابع بيسال 15

1.2.2 الدالة المولدة لتوابع بيسال 15

2.2.2 العلاقات التراجعية لتوابع بيسال 15

3.2.2 تعامد توابع بيسال 15

الفصل الثالث: طرق حل بعض المسائل الفيزيائية الرياضية

1.3 طريقة فصل المتغيرات 18

1.1.3 معاينة فصل المتغيرات 18

2.1.3 فصل المتغيرات 18

2.3 تطبيقات توابع بيسال لحل مسائل فيزيائية رياضية 21

1.2.3 الجانب الرياضي 21

1.1.2.3 التطبيق الأول 21

2.1.2.3 التطبيق الثاني 21

3.1.2.3 التطبيق الثالث 22

2.2.3 الجانب الفيزيائي 23

1.2.2.3 التطبيق الأول 23

2.2.2.3 التطبيق الثاني 24

الفصل الرابع: معادلة الانتشار

1.4 تذكير حول معادلة الانتشار 26

1.1.4 معادلة الانتشار مع شروط دريكلية 26

2.1.4 مسألة كوشي لمعادلة الحرارة في \mathbb{R}^N 27

28	2.4 التقريب بالانتشار (حساب أساسي)
29	1.2.4 قانون التدرج للانتشار
30	2.2.4 مجموعة الحلول الأساسية لهيلبرت
39	3.2.4 معامل الانتشار
45	3.4 التبرير الدقيق لتقريب الانتشار
50	1.3.4 الشروط الحدية المرتبطة بـ $v \in V$
55	4.4 الانتشار المحدود للتدفق
56	5.4 التفسير الاحتمالي لمعادلة الانتشار
58	خاتمة
59	المراجع

مقدمة

يمكن القول دون مبالغة أن المعادلات التفاضلية تحتل مكانة مرموقة في كل فروع العلوم الهندسية و الفيزيائية. حيث أن أغلب العلاقات و القوانين المصاغة لمسألة فيزيائية أو هندسية تظهر على صورة معادلات تفاضلية، و لفهم هذه المسألة لابد من حل هذه المعادلات التفاضلية أو على الأقل معرفة كثير من الخصائص هذا الحل، إن استعصى الحصول عليه مباشرة. و عملية الحصول على الحل ليست دوما سهلة بل إن الكثير من المعادلات التفاضلية غير قابلة للحل. و لعل أبرز مثال عن المعادلات التفاضلية هو قانون نيوتن صيغته كمايلي :

$$m \frac{d^2U(t)}{dt^2} = F \left[t, U(t), \frac{dU(t)}{dt} \right]$$

فإننا وجدنا من المناسب بديء الفصل الأول بإعطاء لمحة حول المعادلات التفاضلية الجزئية وتصنيفها من حيث (الرتبة، عدد المتغيرات، الخطية، التجانس، المعاملات) .
نعرض في الفصل الثاني توابع بيسال مع التذكير بخواصها (الدالة المولدة، العلاقات التراجعية، التعمد) .

كما خصصنا الفصل الثالث في طرق حل بعض المسائل الفيزيائية الرياضية كطريقة فصل المتغيرات بالإضافة إلى تطبيقات بيسال لحل مسائل من الجانبين الرياضي و الفيزيائي.
بينما في الفصل الرابع تناولنا العلاقة بين معادلة الإنتشار ومعادلة بولتزمان الخطية وكما أشرنا أيضا إلى التقريب بالإنتشار وصولا إلى التفسير الإحتمالي لمعادلة الإنتشار.