Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique
École Normale Supérieure
-Vieux Kouba- (Alger)
Département de Mathématiques

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
– القبة القديمة – (الجزائر)
قسم الرياضيات

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

الأمثلة المضادة في السلاسل غير المنتهية والمجموعات والقياس

من إعداد الطلبة:
⋆ حفيظي ياسين
⋆ كمال شوشة
⋆ رفيق عبد الوهاب

تحت إشراف الأستاذ:
⋆ فادة علاب

لجنة المناقشة :

الأستاذ ولد حمودة عمار .... رئيسا
الأستاذ علون محمد علي .... مناقشا
الأستاذ فادة علاب .... مشرفا

السنة الجامعية:2015/2014
دفعة جوان:2015

الفهرس

مــــقــدمـــــة

السؤال الذي يطرح كثيرا في الرياضيات " هل القضية E صحيحة ؟" الفرض المحدد لـ E له الشكل " كل عنصر من الصنف A هو من الصنف B : $A \subset B$ ؟ " اثبات صحة E يعود الى اثبات الإحتواء $A \subset B$ ولإثبات عدم صحته يكفي ايجاد عنصر من A لا ينتمي الى B بمعنى آخر ايجاد **مثال مضاد** .

فعلى سبيل المثال E هي " كل الدوال المستمرة قابلة للاشتقاق " فإن المجموعتين Aو B هما على التوالي " مجموعة التوابع المستمرة" و" مجموعة التوابع القابلة للإشتقاق" ، المثال الشهير لفيرشتراس لتابع f مستمر و غير قابل للإشتقاق عند أي نقطة هو بالتالي مثال مضاد للإحتواء $A \subset B$ لأنه ينتمي لـA ولكن لا ينتمي لـ B .

وعلى العموم الأمثلة في الرياضيات تنقسم إلى نوعين : مبيّنة و مضادة ، نحن لا نريد اعطاء تفسير شامل لمصطلح **المثال المضاد** لأن معناه واسع بما فيه الكفاية و يشمل كل الأمثلة التي لا تدعم صحة القضية E .هكذا نقول إن كثير الحدود كتابع مستمر ليس مثال مضاد لكن بإعتباره تابع غير محدود فهو مثال مضاد . نعلم انه اذا كان سؤال رياضي محلول عن طريق مثال مضاد لا يعطي كل الإقناع النفسي و يظهر رأيا منفردا و لكن نعلم ايضا أن كثيرا من الإسهامات الرياضية مبرهنة بأمثلة مضادة ، في هذا السياق يمكن اعتبار مذكرتنا كمكمل للدروس الكلاسيكية في التحليل .