الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire

وزارة التعليم العالي
والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
القبة القديمة – الجزائر
العاصمة

Ministère de l'Enseignement Supérieure
et de la Recherche Scientifique
Ecole Normale Supérieure
–Vieux Kouba -Alger

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي

نظرية النقطة الصامدة للتوابع التقلصية والـــــ- تقلصية

من إعداد:

- راشي رميسة
- سحنون خيرة
- سعودي نعيمة

تحت إشراف:

حماش كريمة

لجنة المناقشة

- الأستاذ: ولد حمودة عمار — رئيسا
- الأستاذة: كريمة حماش — مشرفة
- الأستاذة : لغليل سعيدة — ممتحنة

السنة الدراسية :2014م–2015م

الفهـــــرس

1 مفاهيم عامـــــــة **4**

1.1 بعض المفاهيم في الطبولوجيا العامة 5
1.1.1 الفضاء الطبولوجي 5
2.1.1 طبولوجيا الأثر 5
3.1.1 الجزء المفتوح والجزء المغلق 5
4.1.1 الجـوارات 6
5.1.1 الملاصقـة 6
6.1.1 النقاط التراكمية 6
7.1.1 الفضاء المنفصل 7
8.1.1 الـتراص 7
2.1 بعض المفاهيم في الفضاءات المترية 8
1.2.1 الفضاء المتري 8
2.2.1 التقارب في فضاء متري 9
3.2.1 الفضاءات التامة 10
4.2.1 الإستمرار في فضاء متري 11
3.1 الفضاءات الشعاعية النظيمية 12
1.3.1 الفضاء البناخي 13
4.1 الجزء المحدب و الغلاف المحدب 15
1.4.1 الجزء المحدب 15
2.4.1 الغلاف المحدب 15
5.1 بعض الخواص و النظريات 16
1.5.1 مبرهنة $(Arzela - Ascoli)$ 16
6.1 قياس عدم التراص لكيراتوفسكي (Kuratowski) 17
1.6.1 تعريف قياس عدم التراص لكيراتوفسكي 17
2.6.1 خواص قياس عدم التراص 17
3.6.1 خاصية كانتور 18
7.1 التوابع الليبشيتزية و التوابع α–ليبشيتزية 18
1.7.1 التوابع α– ليبشيتزية 18
2.7.1 التوابع الليبشيتزية 19
3.7.1 العلاقة بين التوابع الليبشيتزية والـ α –ليبشيتزية 19
8.1 التطبيقات ψ– تمديدية والتطبيقات ψ–α– تمديدية 21
1.8.1 التطبيقات ψ– تمديدية 21
2.8.1 التطبيقات ψ–α– تمديدية 21
3.8.1 العلاقة بين التطبيقات α– تمديدية و ψ–α– تمديدية 21

2 نبذة تاريخية لبعض نظريات النقطة الصامدة **25**
1.2 بعض النظريات الأساسية للنقطة الصامدة 26
1.1.2 نظرية النقطة الصامدة لبناخ$(Banach\ 1922)$ 26
2.1.2 نظرية النقطة الصامدة لـ $Brower(1912)$ 28
3.1.2 نظرية النقطة الصامدة لـ $Shauder(1930)$ 28
4.1.2 نظرية النقطة الصامدة لـ $Darbo(1955)$ 28
5.1.2 نظرية النقطة الصامدة لـ $Sadovski(1967)$ 30
2.2 العلاقة بين $Banach, Brower, Shauder, Darbo, Sadovski$. 31

3 بعض نظريات النقطة الصامدة للتوابع 1−مجموعة تقلصية **33**
1.3 بعض نظريات وجود و وحدانية النقطة الصامدة 34
1.1.3 وجود النقطة الصامدة للتوابع $\psi-\alpha$ تمديدية 34
2.1.3 وجود ووحدانية النقطة الصامدة للتوابع ψ − تمديدية 37
2.3 بعض خواص متتالية نقطة صامدة تقريبية 37
1.2.3 خواص 38
2.2.3 نظرية النقطة الصامدة 43

4 تطبيقات نظرية النقطة الصامدة **49**
1.4 جمع المؤثرات 50
2.4 تطبيق نظرية النقطة الصامدة على المعادلات التكاملية 55

مقدمـــــــة

بسم الله نبدأ هذا العمل المتواضع الذي استقيناه من جهود وبحوث لعلماء رياضياتين اهتموا بالبحث عن وجود نقطة صامدة لبعض التوابع، حيث أن مفهوم النقطة الصامدة لتابع f معرف من مجموعة A نحو مجموعة أخرى B يتمثل في إيجاد عنصر x من A يحقق $f(x) = x$. من بين التوابع التي درست اخترنا تلك التي تعتمد في تعريفها على قياس عدم التراص لكيراتوفسكي، لأجل ذلك قدمنا هذه المذكرة في أربعة فصول.

الفصل الأول قدمنا فيه أهم المفاهيم الطبولوجية والتي إعتمدنا عليها في تقديم النظريات وإعطاء البراهين عليها. كانت قدمت هذه المفاهيم لتسهيل فهم واستيعاب مضمون هذه المذكرة، غير أننا تركنا للقارئ حرية البحث عن بعض المفاهيم حتى يستزيد فهما وتعم الفائدة.

في الفصل الثاني ذكرنا كيف تدرجت وتعممت نظريات النقطة الصامدة من من دراسة المؤثرات المتراصة في فضاء منته البعد من قبل $Brower$ عام 1912 إلى دراسة $Shauder$ عام 1930 حول المؤثرات المتراصة في فضاء غير منته البعد، ودراسة $Banach$ عام 1922 للتوابع التقلصية ليجمع هذه الأعمال $Darbo$ عام 1955 في دراسة التوابع $\alpha-$ تقلصية والتي عممت من قبل $Sadovski$ عام 1967 في دراسته للتوابع $\alpha-$ كثيفة.

قدمنا في الفصل الثالث بعض أهم النظريات التي تدرس وجود ووحدانية النقطة الصامدة، لأجل هذا درسنا عدة توابع تختلف في تعريفها، كان هذه النظريات تمهيدا للفصل الرابع والذي يستعمل هذه النظريات في حل معادلات تكاملية غير خطية.