وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المدرسة العليا للأساتذة
القبة القديمة (الجزائر)

Ministère de l'enseignement supérieur
et de la recherche scientifique
Ecole normale supérieure
Vieux Kouba(Alger)
Département de mathématiques

قسم الرياضيات

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم الثانوي بعنوان:

حل بعض المعادلات التفاضلية ذات المشتقات الجزئية الناقصية المتعلقة بالتدرج

من إعداد:

- بوزياني محمد
- لوصيف محمد
- سياحي كمال

تحت إشراف الأستاذ:

- بوسعدة مراد

لجنة المناقشة :

- الأستاذ: بودن كريم..........................(رئيسا)
- الأستاذ: خضراوي عثمان.....................(ممتحن)
- الأستاذ: بوسعدة مراد........................(مشرفا)

السنة الدراسية : 2014 -2015

دفعة جوان 2015

الفهرس

الفهــــــــــرس

الفصـــل الثـــاني

الفصــل الثـــالث

قائـــــمة الرمـــــوز

الرمـــــــــــز	المـــــــــــعنى
$x=(x_1,x_2,........,x_N)$	عنصر من $\mathbb{R}^N$
$r=\|x\|=\sqrt{(x_1^2+x_2^2+...+x_N^2)}$	طويلة x
$B(x_0,r)$	كرة مفتوحة من $\mathbb{R}^N$ مركزها x_0 نصف قطرها r
$\overline{B}(x_0,r)$	كرة مغلقة من $\mathbb{R}^N$ مركزها x_0 نصف قطرها r
$\partial\Omega$	حافة Ω
$\Omega'\subset\subset\Omega$	Ω'مفتوح من $\mathbb{R}^N$ بحيث $\overline{\Omega'}\subset\subset\Omega$
$supp(\varphi)$	حامل φ
$\|A\|$	قياس A
$D_iu=\partial_iu=u_{x_i}=\frac{\partial u}{\partial x_i}$	الاشتقاق الجزئي لـ u بالنسبة الى x_i
$D_{ij}u=\partial_{ij}u=u_{x_{ij}}=\frac{\partial^2u}{\partial x_i\partial x_j}$	الاشتقاق بالنسبة x_i و x_j
$\nabla u=\left(\frac{\partial u}{\partial x_1},\frac{\partial u}{\partial x_2},...,\frac{\partial u}{\partial x_N}\right)$	تدرج u
$\Delta u=\frac{\partial^2u}{\partial x_1}+\frac{\partial^2u}{\partial x_2}+...+\frac{\partial^2u}{\partial x_N}$	لابلاس لـ u
$\\|\cdot\\|_X$	نظيم في فضاء Banach لـ X
$\rightarrow$	تقارب بقوة في فضاء Banach لـ X
$\rightharpoonup$	تقارب ضعيف في فضاء Banach لـ X
X'	ثنوي X

$\langle .,. \rangle$	جداء السلمي
S.C.I	نصف مستمرة من الأسفل
F.S.C.I	نصف مستمرة بضعف من الأسفل
f^{+}	الجزء الموجب لــــ f
f^{-}	الجزء السالب لــــ f
$p^{'}$	مرافق Holder
$L^{p}(\Omega)$	التوابع القيوسة المعرفة من $u:\Omega \mapsto \mathbb{R}$ بحيث $\int_{\Omega} \|u\|^{p} < \infty$ حيث $p \in [1,\infty[$
$L^{\infty}(\Omega)$	التوابع القيوسة المعرفة من $u:\Omega \mapsto \mathbb{R}$ بحيث $\int_{\Omega} \|u\|^{p} \leq C$ شك على Ω
$W^{k,p}(\Omega)$	فضاء Sobolev المعمم
$W_{0}^{k,p}(\Omega)$	فضاء جزئي من $W^{k,p}(\Omega)$ معدوم علي الحافة
$W^{-k,p}(\Omega)$	ثنوي $W_{0}^{k,p}(\Omega)$
$\hookrightarrow$	انغماس مستمر
$\hookrightarrow\hookrightarrow$	انغماس متراص
f موجب	$f \geq 0$ و $f \neq 0$

مقدمة

الرياضيات هي عصب العلوم النشط، و من أهم فروعها التي تظهر جليا في العلوم و الهندسة هي المعادلات التفاضلية، حيث ازداد عدد الباحثين لهذا الموضوع فأصبح يشغل مساحة كبيرة في خريطة الأبحاث الرياضياتية، خصوصا في عصرنا هذا عصر الحاسبات الآلية ذات السعة الكبيرة و السرعة المفرطة.

ولا تزال المعادلات التفاضلية منذ بداية علم التفاضل (القرن 17 م) تستخدم في فهم العلوم الفيزيائية و الهندسية و الحيوية بالإضافة الى مساهمتها في دراسة التحليل الرياضي و امتدت استخداماتها الى العلوم الاقتصادية و الاجتماعية.

حيث أغلب العلاقات الحاكمة بين متغيرات مسألة هندسية أو فيزيائية، تظهر على صورة معادلة تفاضلية، ولفهم هذه المسألة لابد من حل هذه المعادلة التفاضلية أو على الأقل معرفة كثير من خصائص هذا الحل و إن استعصى الحصول عليه صراحة، و عملية الحصول على الحل ليست دوما بالمسألة السهلة.

لذلك يحتاج الطالب إلى مساق في المعادلات التفاضلية لتكون لديه أداة ممتازة ليشعر بالعلاقة الوثيقة بين الرياضيات البحتة و بين العلوم الفيزيائية و الهندسية.

يمكن القول دون مبالغة أن المعادلات التفاضلية تحتل مكانة مرموقة في الرياضيات و في كل فروع العلوم الهندسية و الفيزيائية و أن التطور العام للرياضيات مرتبط ارتباطا وثيقا بتطور هذا الفرع الهام.

ونظرا لأهميتها وقع اختيارنا عليها كموضوع لمذكرتنا بعنوان **حل بعض المعادلات التفاضلية ذات المشتقات الجزئية الناقصية المتعلقة بالتدرج** حيث قمنا بتقسيمها الى ثلاث فصول.

حيث تناولنا في الفصل الأول الاطار العام لحلول المعادلات التفاضلية الجزئية و بعض التذكيرات المتعلقة بفضاءات Sobolev و خصائصها، و كذلك فضاءات L^p و الفضاءات الشعاعية و البناخية و تذكيرات حول الفضاءات المترية، كما نذكر بعض نتائج التصغير التي تعد وسائل مهمة في ايجاد حلول للمعادلات التفاضلية ذات المشتقات الجزئية الناقصية.

و في الفصل الثاني سنقدم بعض التعاريف حول الطرق التغايرية المستعملة بكثرة في حلول المعادلات التفاضلية ذات المشتقات الجزئية الناقصية، و كبداية قدمنا نظرية Lax_Milgram المستعملة في الحالات الخطية التي تضمن لنا وجود و وحدانية الحل.

و أخيرا في الفصل الثالث ندخل في صلب الموضوع بمعنى ايجاد حلول **للمعادلات التفاضلية ذات المشتقات الجزئية الناقصية المتعلقة بالتدرج.**

أولا نقوم بدراسة الحالة $P(-)$ أين نستعمل نتائج التصغير المذكورة في الفصل الأول، ثم ننتقل إلى الحالة الأكثر عمومية لما $q<2$ أين نقوم بايجاد حل تقريبي بواسطة نتائج المقارنة.

و في الأخير سنهتم بالحالة $P(+)$ و هنا أيضا سنقوم باستخدام نتائج التصغير.