الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

المدرسة العليا للأساتذة
القبة القديمة (الجزائر)
قسم الرياضيات

***M*inistère de l'Enseignement**
Supérieur et de la Recherche
Scientifique
ECOLE NORMAL SUPERIEURE
VIEUX KOUBA (ALGER)
Département de Mathématiques

مفاهيم في التحليل التابعي

مذكرة تخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم المتوسط

إعداد
لعوراي شافية
نباب شهرزاد

تحت إشراف الأستاذة
بوسنة أمينة

لجنة المناقشة

الأستاذ : مختاري عبد الحق ..... رئيسا.
الأستاذة : بوسنة أمينة ..... مشرفة.
الأستاذة: صغيري صارة ..... ممتحنة.

السنة الجامعية: 2015/2014

دفعة جوان 2015

الفهرس

قائمة الرموز المستعملة

مقـدمة

الفصل الأول : مفاهيم أوّلية (عموميات)

1 – 1 ـ الفضاءات الطبولوجية 03

1 – 2 ـ الفضاءات المترية 09

1 – 3 ـ الفضاءات الشعاعية النظيمية 15

1 – 4 ـ الفضاءات القيوسة 18

الفصل الثاني : فضاء التقارب المنتظم

2 – 1 ـ طبولوجيا التقارب المنتظم 20

2 – 2 ـ نماذج عن فضاءات التوابع التامة 30

2 – 3 ـ طبولوجيا التراص ـ المفتوح 35

2 – 4 ـ نظرية التمديد 42

الفصل الثالث : نظريات أساسية في التحليل التابعي

3 – 1 ـ نظرية ديني 47

3 – 2 ـ نظرية هاين 49

3 – 3 ـ نظرية أسكولي أرزيلا 50

3 – 4 ـ مبرهنة أسكولي 55

3 – 5 ـ نظرية ستون فيرشتراص 57

3 – 6 ـ نظرية بير 65

خاتمة

قائمة المصطلحات

المراجع

قائمة الرموز المستعملة

$d(x,y)$: المسافة بين x و y .

$\mathscr{P}(X)$: مجموعة أجزاء X .

$B_f(0,1)$: كرة الوحدة المغلقة .

$C_X A$: متممة A بالنسبة لـ X

$\mathscr{V}(x)$: مجموعة جوارات x .

$\overline{A}$: ملاصقة المجموعة A .

$\|.\|_E$: النظيم على المجموعة E (E فضاء شعاعي نظيمي) .

$\|.\|_\infty$: نظيم التقارب المنتظم .

$\delta(A)$: قطر المجموعة A .

$\mathscr{F}(X,Y)$: مجموعة التطبيقات من X نحو Y .

$\mathscr{C}(X,Y)$: مجموعة التطبيقات المستمرة من X نحو Y .

$\mathscr{C}_b(X,Y)$: مجموعة التطبيقات المستمرة و المحدودة من X نحو Y .

$\mathscr{L}(X,Y)$: مجموعة التطبيقات الخطية من X نحو Y .

$\mathscr{L}(E)$: مجموعة التطبيقات الخطية من E نحو E .

$\mathbb{N}$: مجموعة الأعداد الطبيعية .

$\mathbb{R}$: مجموعة الأعداد الحقيقية .

$\mathbb{C}$: مجموعة الأعداد العقدية .

$\mathbb{K}$: حقل (إما $\mathbb{R}$ أو $\mathbb{C}$) .

ϕ : المجموعة الخالية .

قائمة المصطلحات

عربي - فرنسي

$-A-$

تطبيق ..... *Appliqation*

ملاصقة ..... *Adherence*

جبر ..... *Algebre*

$-B-$

محدود ..... *Bornee*

كرة ..... *Boule*

كرة مفتوحة ..... *Boule ouverte*

كرة مغلقة ..... *Boule fermee*

كرة الوحدة ..... *Boule unite*

$-C-$

تام ..... *Complet*

شرط ..... *Condition*

مستمر ..... *Continue*

تقارب ..... *Convergence*

ثابت ..... *Constant*

متراص ..... *Compect*

مترابط ..... *Connexe*

Corollaire ..... لازمة

$-D-$

Dense ..... كثيف

Distance ..... مسافة

Disjoint ..... منفصل

Decroissant ..... متناقص

$-E-$

Ensemble ..... مجموعة

Espace ..... فضاء

Espace metrique ..... فضاء متري

Espace topolojique ..... فضاء طبولوجي

Espace de bannach ..... فضاء بناخي

Espace complet ..... فضاء تام

Espace vectorialle norme ..... فضاء شعاعي نظيمي

$-F-$

Fonction ..... دالة

Famille ..... عائلة

Fini ..... منته

$-I-$

Incution ..... إحتواء

Infini ..... لا نهاية

تقاطع ..... *Intersection*

مجال ..... *Intervalle*

تقايس ..... *Isometrie*

$-L-$

توطئة ..... *Lamme*

نهاية ..... *Limite*

متراص محليا ..... *Localement compact*

$-N-$

عدد ..... *Nombre*

نظيم ..... *Norme*

$-P-$

جزء ..... *Partie*

برهان ..... *Preuve*

قضية ..... *Proposition*

كثير حدود ..... *Poynome*

$-S-$

متتالية ..... *Suite*

$-U-$

إتحاد ..... *Union*

مقدمة

يعتبر التحليل التابعي فرعا هاما من فروع الرياضيات ، إهتم به الكثير من الرياضياتيين من أجل إعطاء إطار عملي لبعض المسائل .

لقد حاولنا في عملنا هذا جمع قدر كاف من المفاهيم التي تصب في التحليل التابعي .

سنتطرق في مذكرتنا هذه إلى ثلاثة فصول ، الفصل الأول أردناه تذكيرا ببعض المفاهيم الأولية (عمـوميات) كالفضاءات الطبولوجية ، الفضاءات المترية ، الفضاءات الشعاعية النظيمية و فضاءات القياس مع أهم التعاريف و المفاهيم المدرجة في كل فضاء .

أما الفصل الثاني سوف نرى طبولوجيا التقارب المنتظم و كذا طبولوجيا التراص ـ المفتوح كما سنتعرف على نظرية مهمة في التحليل ألا وهي نظرية التمديد .

ختمنا هذا العمل بفصل ثالث فجعلناه عرضا للنظريات الأساسية في التحليل التابعي فبدءنا بنظرية ديني ، نظرية هاين ، نظرية أسكولي ـ أرزيلا ، مبرهنة أسكولي ، نظرية ستون ـ فيرشتراص ، و أخيرا نظرية بير .